

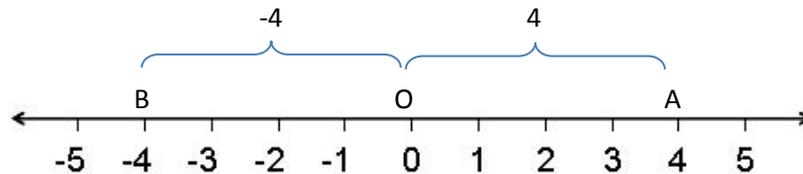
# Matemáticas V.

## Guión Didáctico – Semana 2

### Desigualdades con valores absolutos

#### Valor Absoluto

Si un número real  $a$  es la coordenada de un punto P sobre la recta  $\ell$ , para denotar la distancia del punto P al origen O, independientemente del sentido se utiliza el símbolo  $|a|$ .



$$\overline{OA} = |4| = 4$$

$$\overline{OB} = |-4| = 4$$

Definición: Sea  $a$  un número real. El valor absoluto de  $a$  se denota por  $|a|$  y está dado por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

#### Propiedades de valores absolutos

Para resolver desigualdades con valores absolutos deberás aplicar las siguientes propiedades

- 1)  $|a| < b$  Si y sólo si  $-b < a < b$
- 2)  $|a| > b$  Si y sólo si  $a > b$ , o bien  $a < -b$
- 3)  $|a| = b$  Si y sólo si  $a = b$ , o bien  $a = -b$

**Ejemplo 1:**

Resuelve la desigualdad  $|x + 4| < 7$

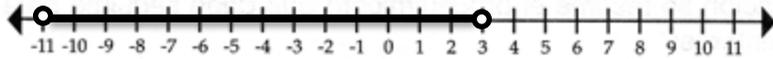
Como bien puedes observar, esta desigualdad considera el símbolo " $<$ ", por lo que debemos aplicar la propiedad No. 1)

Partiendo de la propiedad 1)  $|a| < b$ , transformaremos la expresión a:  $-b < a < b$

Por lo tanto obtenemos:

$$\begin{aligned} -7 < x + 4 < 7 \\ -7 - 4 < x < 7 - 4 \\ -11 < x < 3 \end{aligned}$$

lo que también se puede expresar como intervalo abierto  $(-11, 3)$   
Y representándolo en la recta numérica:



### Ejemplo 2:

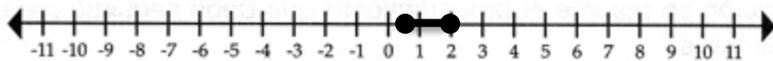
**Resuelve la desigualdad  $|3x - 4| \leq 2$**

Partiendo de la propiedad 1)  $|a| < b$ , transformaremos la expresión a:  $-b < a < b$

Por lo tanto obtenemos:

$$\begin{aligned} -2 &\leq 3x - 4 \leq 2 \\ -2 + 4 &\leq 3x \leq 2 + 4 \\ 2 &\leq 3x \leq 6 \\ \frac{2}{3} &\leq x \leq \frac{6}{3} \end{aligned}$$

$0.66 \leq x \leq 2$  lo que también se puede expresar como un intervalo cerrado  $[0.66, 2]$   
Y representándolo en la recta numérica:



Ahora resuelve los siguientes ejercicios:

- 1)  $|2x - 5| < 3$
- 2)  $|x + 4| \leq 10$
- 3)  $|x + 4| \leq 2$
- 4)  $|2x - 3| \leq 2$

Como bien puedes observar, esta desigualdad considera el símbolo " $>$ ", por lo que debemos aplicar la propiedad No. 2)

### Ejemplo 3:

**Resuelve la desigualdad  $|2x - 5| > 3$**

Partiendo de la propiedad 2)  $|a| > b$  Si y sólo si  $a > b$ , o bien  $a < -b$

Por lo tanto, debemos aplicar ambos casos:

Caso 1:

$$2x - 5 > 3$$

$$2x > 3 + 5$$

Caso 2:

$$2x - 5 < -3$$

$$2x < -3 + 5$$

$$2x > 8$$

$$x > \frac{8}{2}$$

$$x > 4 \quad \text{ó} \quad (4, \infty)$$

$$2x < 2$$

$$x < \frac{2}{2}$$

$$x < 1 \quad \text{ó} \quad (-\infty, 1)$$

y representando los intervalos en la recta numérica obtenemos:



Ahora resuelve los siguientes ejercicios:

1)  $|6 - 2x| \geq 7$

2)  $|3x + 2| > 5$

3)  $|4x - 2| > 5$

### Ejemplo 3:

**Resuelve**  $|3x + 2| = 5$

Como podemos observar, realmente este ejercicio se trata de una igualdad, por lo que debemos aplicar la propiedad No. 3)

$$|a| = b \quad \text{Si y sólo si} \quad a = b, \quad \text{o bien} \quad a = -b$$

Por lo tanto, resolveremos los dos casos.

CASO 1:

$$3x + 2 = 5$$

$$3x = 5 - 2$$

$$3x = 3$$

$$x = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

CASO 2:

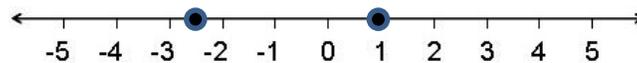
$$3x + 2 = -5$$

$$3x = -5 - 2$$

$$3x = -7$$

$$x = \frac{-7}{3}$$

En este caso no especificamos con notación de intervalos, ya que en realidad son dos puntos (valores), pero si es posible representarlos en la recta numérica:



Resuelve los siguientes ejercicios:

1)  $|3x - 2| = 5$

2)  $|5x + 4| = |4x + 3|$

3)  $|3x - 2| = 4$